

1.2.5.9. Математика

Выпускник научится в 5-6 классах (для использования в повседневной жизни и обеспечения возможности успешного продолжения образования на базовом уровне)

Элементы теории множеств и математической логики

- Оперировать на базовом уровне¹ понятиями: множество, элемент множества, подмножество, принадлежность;
- задавать множества перечислением их элементов;
- находить пересечение, объединение, подмножество в простейших ситуациях.

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- распознавать логически некорректные высказывания

Числа

- Оперировать на базовом уровне понятиями: натуральное число, целое число, обыкновенная дробь, десятичная дробь, смешанное число, рациональное число;
- использовать свойства чисел и правила действий при выполнении вычислений;
- использовать признаки делимости на 2, 5, 3, 9, 10 при выполнении вычислений и решении несложных задач;
- выполнять округление рациональных чисел в соответствии с правилами;
- сравнивать рациональные числа.

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- оценивать результаты вычислений при решении практических задач;
- выполнять сравнение чисел в реальных ситуациях;
- составлять числовые выражения при решении практических задач и задач из других учебных предметов

Уравнения и неравенства

- Оперировать на базовом уровне понятиями: равенство, числовое равенство, уравнение, проверять справедливость числовых равенств и неравенств;

Статистика и теория вероятностей

- Представлять данные в виде таблиц, диаграмм, графиков;
- читать информацию, представленную в виде таблицы, диаграммы, графика.

Текстовые задачи

- Решать несложные сюжетные задачи разных типов на все арифметические действия;
- строить схематический чертёж или другую краткую запись (таблица, схема, рисунок) как модель текста задачи, в которой даны значения тройки взаимосвязанных величин, с целью поиска решения задачи;
- осуществлять способ поиска решения задачи, в котором рассуждение строится от условия к требованию, при поиске решения задач, или от требования к условию;
- составлять план процесса решения задачи;

¹Здесь и далее – распознавать конкретные примеры общих понятий по характерным признакам, выполнять действия в соответствии с определением и простейшими свойствами понятий, конкретизировать примерами общие понятия.

- выделять этапы решения задачи;
- интерпретировать вычислительные результаты в задаче, исследовать полученное решение задачи;
- знать различие скоростей объекта в стоячей воде, против течения и по течению реки;
- решать задачи на нахождение части числа и числа по его части;
- решать задачи разных типов (на работу, на покупки, на движение), связывающих три величины, выделять эти величины и отношения между ними;
- находить процент от числа, число по проценту от него, находить процентное снижение или процентное повышение величины;
- решать несложные логические задачи методом рассуждений.

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- выдвигать гипотезы о возможных предельных значениях числового ответа задачи (делать прикидку)

Геометрические фигуры

- Оперировать на базовом уровне понятиями: фигура на плоскости и тело в пространстве, точка, отрезок, прямая, луч, ломаная, угол, многоугольник, треугольник и четырёхугольник, прямоугольник и квадрат, окружность и круг, прямоугольный параллелепипед, куб, шар.

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- решать практические задачи с применением простейших свойств фигур.

Измерения и вычисления

- выполнять измерение длин, расстояний, величин углов, с помощью инструментов для измерений длин и углов;
- вычислять площади прямоугольников.

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- вычислять расстояния на местности в стандартных ситуациях, площади прямоугольников

Построения

- Изображать изучаемые плоские фигуры и объёмные тела от руки и с помощью линейки и циркуля.

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- выполнять простейшие построения на местности, необходимые в реальной жизни

История математики

- описывать отдельные выдающиеся результаты, полученные в ходе развития математики как науки;
- знать примеры математических открытий и их авторов, в связи с отечественной и всемирной историей

Выпускник получит возможность научиться в 5-6 классах (для обеспечения возможности успешного продолжения образования на базовом и углублённом уровнях)

Элементы теории множеств и математической логики

• Оперировать² понятиями: множество, характеристики множества, элемент множества, пустое, конечное и бесконечное множество, подмножество, принадлежность,

• определять принадлежность элемента множеству, объединению и пересечению множеств;

• задавать множество с помощью перечисления элементов, словесного описания.

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

• распознавать логически некорректные высказывания;

• строить цепочки умозаключений на основе использования правил логики;

Числа

• Оперировать понятиями: натуральное число, множество натуральных чисел, целое число, множество целых чисел, обыкновенная дробь, десятичная дробь, смешанное число, рациональное число, множество рациональных чисел, геометрическая интерпретация натуральных, целых, рациональных;

• понимать и объяснять смысл позиционной записи натурального числа;

• выполнять вычисления, в том числе с использованием приёмов рациональных вычислений, обосновывать алгоритмы выполнения действий;

• использовать признаки делимости на 2, 4, 8, 5, 3, 6, 9, 10, 11, суммы и произведения при выполнении вычислений и решении задач, обосновывать признаки делимости;

• выполнять округление рациональных чисел с заданной точностью;

• упорядочивать числа, записанные в виде обыкновенной и десятичной дроби;

• находить НОД и НОК и использовать их при решении задач.

• оперировать понятием модуль числа, геометрическая интерпретация модуля числа.

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

• применять правила приближенных вычислений при решении практических задач и решении задач других учебных предметов;

• выполнять сравнение результатов вычислений при решении практических задач, в том числе приближенных вычислений;

• составлять и оценивать числовые выражения при решении практических задач и задач из других учебных предметов;

Уравнения и неравенства

• Оперировать понятиями: равенство, числовое равенство, уравнение, корень уравнения, решение уравнения, числовое неравенство;

Статистика и теория вероятностей

• Оперировать понятиями: столбчатые и круговые диаграммы, таблицы данных, среднее арифметическое,

• извлекать, информацию, представленную в таблицах, на диаграммах;

• составлять таблицы, строить диаграммы на основе данных.

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

² Здесь и далее – знать определение понятия, уметь пояснять его смысл, уметь использовать понятие и его свойства при проведении рассуждений, доказательств, решении задач.

• извлекать, интерпретировать и преобразовывать информацию, представленную в таблицах и на диаграммах, отражающую свойства и характеристики реальных процессов и явлений

Текстовые задачи

• Решать простые и сложные задачи разных типов, а также задачи повышенной трудности;

• использовать разные краткие записи как модели текстов сложных задач для построения поисковой схемы и решения задач;

• знать и применять оба способа поиска решения задач (от требования к условию и от условия к требованию);

• моделировать рассуждения при поиске решения задач с помощью граф-схемы;

• выделять этапы решения задачи и содержание каждого этапа;

• интерпретировать вычислительные результаты в задаче, исследовать полученное решение задачи;

• анализировать всевозможные ситуации взаимного расположения двух объектов и изменение их характеристик при совместном движении (скорость, время, расстояние) при решении задач на движение двух объектов как в одном, так и в противоположных направлениях;

• исследовать всевозможные ситуации при решении задач на движение по реке, рассматривать разные системы отсчёта;

• решать разнообразные задачи «на части»,

• решать и обосновывать свое решение задач (выделять математическую основу) на нахождение части числа и числа по его части на основе конкретного смысла дроби;

• осознавать и объяснять идентичность задач разных типов, связывающих три величины (на работу, на покупки, на движение). выделять эти величины и отношения между ними, применять их при решении задач, конструировать собственные задачи указанных типов.

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

• выделять при решении задач характеристики рассматриваемой в задаче ситуации, отличные от реальных (те, от которых абстрагировались), конструировать новые ситуации с учётом этих характеристик, в частности, при решении задач на концентрации, учитывать плотность вещества;

• решать и конструировать задачи на основе рассмотрения реальных ситуаций, в которых не требуется точный вычислительный результат;

• решать задачи на движение по реке, рассматривая разные системы отсчета

Геометрические фигуры

• Оперировать понятиями фигура на плоскости и тело в пространстве, точка, отрезок, прямая, луч, ломаная, угол, многоугольник, треугольник и четырёхугольник, прямоугольник и квадрат, окружность и круг, прямоугольный параллелепипед, куб, шар, пирамида, цилиндр, конус;

• извлекать, интерпретировать и преобразовывать информацию о геометрических фигурах, представленную на чертежах.

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- *решать практические задачи с применением простейших свойств фигур*

Измерения и вычисления

- *выполнять измерение длин, расстояний, величин углов, с помощью инструментов для измерений длин и углов;*
- *вычислять площади прямоугольников, квадратов, объёмы прямоугольных параллелепипедов, кубов*

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- *вычислять расстояния на местности в стандартных ситуациях, площади участков прямоугольной формы, объёмы комнат.*

Построения

- *Изображать изучаемые плоские фигуры и объёмные тела от руки и с помощью линейки, циркуля, компьютерных инструментов.*

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- *выполнять простейшие построения на местности, необходимые в реальной жизни;*
- *оценивать размеры реальных объектов окружающего мира*

История математики

- *Характеризовать вклад выдающихся математиков в развитие математики и иных научных областей*

Выпускник научится в 7-9 классах (для использования в повседневной жизни и обеспечения возможности успешного продолжения образования на базовом уровне)

Элементы теории множеств и математической логики

- Оперировать на базовом уровне ³ понятиями: множество, элемент множества, подмножество, принадлежность;
- задавать множества перечислением их элементов;
- находить пересечение, объединение, подмножество в простейших ситуациях.

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- *использовать графическое представление множеств для описания реальных процессов и явлений, при решении задач других учебных предметов*

Числа

- Оперировать на базовом уровне понятиями: натуральное число, целое число, обыкновенная дробь, десятичная дробь, смешанное число, рациональное число, арифметический квадратный корень;
- использовать свойства чисел и правила действий при выполнении вычислений;
- использовать признаки делимости на 2, 5, 3, 9, 10 при выполнении вычислений и решении несложных задач;
- выполнять округление рациональных чисел в соответствии с правилами;

³Здесь и далее – распознавать конкретные примеры общих понятий по характерным признакам, выполнять действия в соответствии с определением и простейшими свойствами понятий, конкретизировать примерами общие понятия.

- оценивать значение квадратного корня из положительного целого числа;
- распознавать рациональные и иррациональные числа;
- сравнивать числа.

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- оценивать результаты вычислений при решении практических задач;
- выполнять сравнение чисел в реальных ситуациях;
- составлять числовые выражения при решении практических задач и задач из других учебных предметов

Тождественные преобразования

- Выполнять несложные преобразования для вычисления значений числовых выражений, содержащих степени с натуральным показателем, степени с целым отрицательным показателем;
- выполнять несложные преобразования целых выражений: раскрывать скобки, приводить подобные слагаемые;
- использовать формулы сокращенного умножения (квадрат суммы, квадрат разности, разность квадратов) для упрощения вычислений значений выражений;
- выполнять несложные преобразования дробно-линейных выражений.

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- понимать смысл числа, записанного в стандартном виде;
- оперировать на базовом уровне понятием «стандартная запись числа»

Уравнения и неравенства

- Оперировать на базовом уровне понятиями: равенство, числовое равенство, уравнение, корень уравнения, решение уравнения, числовое неравенство, неравенство, решение неравенства;
- проверять справедливость числовых равенств и неравенств;
- решать линейные неравенства и несложные неравенства, сводящиеся к линейным;
- решать системы несложных линейных уравнений, неравенств;
- проверять, является ли данное число решением уравнения (неравенства);
- решать квадратные уравнения одним из способов;
- изображать решения неравенств и их систем на числовой прямой.

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- составлять и решать линейные уравнения при решении задач, возникающих в других учебных предметах

Функции

- находить значение функции по заданному значению аргумента;
- находить значение аргумента по заданному значению функции в несложных ситуациях;
- определять положение точки по её координатам, координаты точки по её положению на плоскости;
- по графику находить область определения, множество значений, нули функции, промежутки знакопостоянства, промежутки возрастания и убывания, наибольшее и наименьшее значение функции;
- строить график линейной функции;

- проверять, является ли данный график графиком заданной функции (линейной, квадратичной, обратной пропорциональности);
- примерно определять координаты точки пересечения графиков функций;
- оперировать на базовом уровне понятиями: последовательность, арифметическая прогрессия, геометрическая прогрессия;
- решать задачи на прогрессии, в которых ответ может быть получен непосредственным подсчётом без применения формул.

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- использовать графики реальных процессов и зависимостей для определения их свойств (наибольшие и наименьшие значения, промежутки возрастания и убывания, области положительных и отрицательных значений и т.п.);
- использовать свойства линейной функции и ее график при решении задач из других учебных предметов

Статистика и теория вероятностей

- Иметь представление о статистических характеристиках, вероятности случайного события, комбинаторных задачах;
- решать простейшие комбинаторные задачи методом прямого и организованного перебора;
- представлять данные в виде таблиц, диаграмм, графиков;
- читать информацию, представленную в виде таблицы, диаграммы, графика;
- определять основные статистические характеристики числовых наборов;
- оценивать вероятность события в простейших случаях;
- иметь представление о роли закона больших чисел в массовых явлениях.

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- оценивать количество возможных вариантов методом перебора;
- иметь представление о роли практически достоверных и маловероятных событий;
- сравнивать основные статистические характеристики, полученные в процессе решения прикладной задачи, изучения реального явления;
- оценивать вероятность реальных событий и явлений в несложных ситуациях

Текстовые задачи

- Решать несложные сюжетные задачи разных типов на все арифметические действия;
- строить схематический чертёж или другую краткую запись (таблица, схема, рисунок) как модель текста задачи, в которой даны значения тройки взаимосвязанных величин, с целью поиска решения задачи;
- осуществлять способ поиска решения задачи, в котором рассуждение строится от условия к требованию, при поиске решения задач, или от требования к условию;
- составлять план процесса решения задачи;
- выделять этапы решения задачи;
- интерпретировать вычислительные результаты в задаче, исследовать полученное решение задачи;

- знать различие скоростей объекта в стоячей воде, против течения и по течению реки;
- решать задачи на нахождение части числа и числа по его части;
- решать задачи разных типов (на работу, на покупки, на движение), связывающих три величины, выделять эти величины и отношения между ними;
- находить процент от числа, число по проценту от него, находить процентное снижение или процентное повышение величины;
- решать несложные логические задачи методом рассуждений.

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- выдвигать гипотезы о возможных предельных значениях числового ответа задачи (делать прикидку)

Геометрические фигуры

- Оперировать на базовом уровне понятиями геометрических фигур;
- извлекать информацию о геометрических фигурах, представленную на чертежах в явном виде;
- применять для решения задач геометрические факты, если условия их применения заданы в явной форме;
- решать задачи на нахождение геометрических величин по образцам или алгоритмам.

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- использовать свойства геометрических фигур для решения типовых задач, возникающих в ситуациях повседневной жизни, задач практического содержания

Отношения

- Оперировать на базовом уровне понятиями: равенство фигур, равные фигуры, равенство треугольников, параллельность прямых, перпендикулярность прямых, углы между прямыми, перпендикуляр, наклонная, проекция.

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- использовать отношения для решения простейших задач, возникающих в реальной жизни

Измерения и вычисления

- Выполнять измерение длин, расстояний, величин углов, с помощью инструментов для измерений длин и углов;
- применять формулы периметра, площади и объёма, площади поверхности отдельных многогранников при вычислениях, когда все данные имеются в условии;
- применять теорему Пифагора, базовые тригонометрические соотношения для вычисления длин, расстояний, площадей в простейших случаях.

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- вычислять расстояния на местности в стандартных ситуациях, площади в простейших случаях, применять формулы в простейших ситуациях в повседневной жизни

Построения

- Изображать типовые плоские фигуры и объёмные тела от руки и с помощью простейших средств инструментов.

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- выполнять простейшие построения на местности, необходимые в реальной жизни

Преобразования

- Строить фигуру, симметричную данной фигуре относительно оси.

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- распознавать движение объектов в окружающем мире;
- распознавать симметричные фигуры в окружающем мире

Векторы и координаты на плоскости

- Оперировать на базовом уровне понятиями вектор, сумма векторов, произведение вектора на число, координаты на плоскости;
- определять приближённо координаты точки по её изображению на координатной плоскости.

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- использовать векторы для решения простейших задач на определение скорости относительного движения

История математики

- Описывать отдельные выдающиеся результаты, полученные в ходе развития математики как науки;
- знать примеры математических открытий и их авторов, в связи с отечественной и всемирной историей;
- понимать роль математики в развитии России

Методы математики

- Применять известные методы при решении стандартных математических задач;
- замечать и характеризовать математические закономерности в окружающей действительности;
- приводить примеры математических закономерностей в природе, в том числе характеризующих эстетику окружающего мира и произведений искусства

Выпускник получит возможность научиться в 7-9 классах для обеспечения возможности успешного продолжения образования на базовом и углублённом уровнях

Элементы теории множеств и математической логики

- *Оперировать*⁴ *понятиями: множество, характеристики множества, элемент множества, пустое, конечное и бесконечное множество, подмножество, принадлежность, включение, равенство множеств;*
- *изображать множества и отношение множеств с помощью кругов Эйлера;*
- *определять принадлежность элемента множеству, объединению и пересечению множеств;*
- *задавать множество с помощью перечисления элементов, словесного описания;*

⁴ Здесь и далее – знать определение понятия, уметь пояснять его смысл, уметь использовать понятие и его свойства при проведении рассуждений, доказательств, решении задач.

- оперировать понятиями: высказывание, истинность и ложность высказывания, отрицание высказываний, операции над высказываниями: и, или, не, условные высказывания (импликация);

- строить высказывания, отрицания высказываний.

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- строить цепочки умозаключений на основе использования правил логики;
- использовать множества, операции с множествами, их графическое представление для описания реальных процессов и явлений

Числа

- Оперировать понятиями: натуральное число, множество натуральных чисел, целое число, множество целых чисел, обыкновенная дробь, десятичная дробь, смешанное число, рациональное число, множество рациональных чисел, иррациональное число, квадратный корень, действительное число, геометрическая интерпретация натуральных, целых, рациональных, действительных чисел;

- понимать и объяснять смысл позиционной записи натурального числа;
- выполнять вычисления, в том числе с использованием приёмов рациональных вычислений;

- использовать признаки делимости на 2, 4, 8, 5, 3, 6, 9, 10, 11, суммы и произведения при выполнении вычислений и решении задач;

- выполнять округление рациональных чисел с заданной точностью;

- сравнивать рациональные и иррациональные числа;

- упорядочивать числа, записанные в виде обыкновенной и десятичной дроби;

- находить НОД и НОК и использовать их при решении задач.

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- применять правила приближенных вычислений при решении практических задач и решении задач других учебных предметов;

- выполнять сравнение результатов вычислений при решении практических задач, в том числе приближенных вычислений;

- составлять и оценивать числовые выражения при решении практических задач и задач из других учебных предметов;

- записывать и округлять числовые данные реальных величин с использованием разных систем измерения

Тождественные преобразования

- Оперировать понятиями степени с натуральным показателем, степени с целым отрицательным показателем;

- выполнять преобразования целых выражений: действия с одночленами (сложение, вычитание, умножение), действия с многочленами (сложение, вычитание, умножение);

- выполнять разложение многочленов на множители одним из способов: вынесение за скобку, группировка, использование формул сокращенного умножения;

- выделять квадрат суммы и разности одночленов;

- раскладывать на множители квадратный трёхчлен;

- выполнять преобразования выражений, содержащих степени с целыми отрицательными показателями, переходить от записи в виде степени с целым отрицательным показателем к записи в виде дроби;

- выполнять преобразования дробно-рациональных выражений: сокращение дробей, приведение алгебраических дробей к общему знаменателю, сложение, умножение, деление алгебраических дробей, возведение алгебраической дроби в натуральную и целую отрицательную степень;

- выполнять преобразования выражений, содержащих квадратные корни;
- выделять квадрат суммы или разности двучлена в выражениях, содержащих квадратные корни;

- выполнять преобразования выражений, содержащих модуль.

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- выполнять преобразования и действия с числами, записанными в стандартном виде;

- выполнять преобразования целых выражений при решении задач других учебных предметов

Уравнения и неравенства

- Оперировать понятиями: уравнение, неравенство, решение уравнения, решение неравенства, равносильные уравнения, область определения уравнения (неравенства, системы уравнений или неравенств);

- решать линейные уравнения и уравнения, сводимые к линейным с помощью тождественных преобразований;

- решать квадратные уравнения и уравнения, сводимые к квадратным с помощью тождественных преобразований;

- решать дробно-линейные уравнения;

- решать простейшие иррациональные уравнения: $\sqrt{f(x)} = a$,

- $\sqrt{f(x)} = \sqrt{g(x)}$;

- решать уравнения вида $x^n = a$;

- решать уравнения способом разложения на множители и замены переменной;

- использовать метод интервалов для решения целых и дробно-рациональных неравенств;

- решать линейные уравнения и неравенства с параметрами;

- решать несложные квадратные уравнения с параметром;

- решать несложные системы линейных уравнений с параметрами;

- решать несложные уравнения в целых числах.

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- составлять и решать линейные и квадратные уравнения и уравнения, к ним сводящиеся, системы линейных уравнений и неравенств при решении задач других учебных предметов;

- выполнять оценку правдоподобия результатов, получаемых при решении линейных и квадратных уравнений и систем линейных уравнений и неравенств при решении задач других учебных предметов;

- выбирать уравнения, неравенства или их системы, для составления математической модели заданной реальной ситуации или прикладной задачи;
- уметь интерпретировать полученный при решении уравнения, неравенства или системы результат в контексте заданной реальной ситуации или прикладной задачи

Функции

- Оперировать понятиями: функциональная зависимость, функция, график функции, способы задания функции, аргумент и значение функции, область определения и множество значений функции, нули функции, промежутки знакопостоянства, монотонность функции, чётность/нечётность функции;
- строить графики линейной, квадратичной функций, обратной пропорциональности, функции вида: $y = a + \frac{k}{x+b}$, $y = \sqrt{x}$, $y = \sqrt[3]{x}$, $y = |x|$;
- на примере квадратичной функции, использовать преобразования графика функции $y=f(x)$ для построения графиков функций $y = af(kx+b)+c$;
- составлять уравнения прямой по заданным условиям: проходящей через две точки с заданными координатами, проходящей через данную точку и параллельной данной прямой;
- исследовать функцию по её графику;
- находить множество значений, нули, промежутки знакопостоянства, монотонности квадратичной функции;
- оперировать понятиями: последовательность, арифметическая прогрессия, геометрическая прогрессия;
- решать задачи на арифметическую и геометрическую прогрессию.

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- осуществлять выбор графика реальной зависимости или процесса по его характеристикам;
- использовать свойства и график квадратичной функции при решении задач из других учебных предметов

Статистика и теория вероятностей

- Оперировать понятиями: столбчатые и круговые диаграммы, таблицы данных, среднее арифметическое, медиана, наибольшее и наименьшее значения выборки, размах выборки, дисперсия и стандартное отклонение, случайная изменчивость;
- извлекать, информацию, представленную в таблицах, на диаграммах, графиках;
- составлять таблицы, строить диаграммы и графики на основе данных;
- оперировать понятиями: факториал числа, перестановки и сочетания, треугольник Паскаля;
- оперировать понятиями: случайный опыт, случайный выбор, испытание, элементарное случайное событие (исход), классическое определение вероятности случайного события, операции над случайными событиями, основные комбинаторные формулы;
- представлять информацию с помощью кругов Эйлера;

- решать задачи на вычисление вероятности с подсчетом количества вариантов по формулам комбинаторики.

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- извлекать, интерпретировать и преобразовывать информацию, представленную в таблицах, на диаграммах, графиках, отражающую свойства и характеристики реальных процессов и явлений;

- определять статистические характеристики выборок по таблицам, диаграммам, графикам, выполнять сравнение в зависимости от цели решения задачи;

- оценивать вероятность реальных событий и явлений.

Текстовые задачи

- Решать простые и сложные задачи разных типов, а также задачи повышенной трудности;

- использовать разные краткие записи как модели текстов сложных задач для построения поисковой схемы и решения задач;

- различать модель текста и модель решения задачи, конструировать к одной модели решения несложной задачи разные модели текста задачи;

- знать и применять оба способа поиска решения задач (от требования к условию и от условия к требованию);

- моделировать рассуждения при поиске решения задач с помощью граф-схемы;

- выделять этапы решения задачи и содержание каждого этапа;

- уметь выбирать оптимальный метод решения задачи и осознавать выбор метода, рассматривать различные методы, находить разные решения задачи, если возможно;

- анализировать затруднения при решении задач;

- выполнять различные преобразования предложенной задачи, конструировать новые задачи из данной, в том числе обратные;

- интерпретировать вычислительные результаты в задаче, исследовать полученное решение задачи;

- анализировать всевозможные ситуации взаимного расположения двух объектов и изменение их характеристик при совместном движении (скорость, время, расстояние) при решении задач на движение двух объектов как в одном, так и в противоположных направлениях;

- исследовать всевозможные ситуации при решении задач на движение по реке, рассматривать разные системы отсчёта;

- решать разнообразные задачи «на части»,

- решать и обосновывать свое решение задач (выделять математическую основу) на нахождение части числа и числа по его части на основе конкретного смысла дроби;

- осознавать и объяснять идентичность задач разных типов, связывающих три величины (на работу, на покупки, на движение). выделять эти величины и отношения между ними, применять их при решении задач, конструировать собственные задач указанных типов;

- владеть основными методами решения задач на смеси, сплавы, концентрации;
- решать задачи на проценты, в том числе, сложные проценты с обоснованием, используя разные способы;
- решать логические задачи разными способами, в том числе, с двумя блоками и с тремя блоками данных с помощью таблиц;
- решать задачи по комбинаторике и теории вероятностей на основе использования изученных методов и обосновывать решение;
- решать несложные задачи по математической статистике;
- овладеть основными методами решения сюжетных задач: арифметический, алгебраический, перебор вариантов, геометрический, графический, применять их в новых по сравнению с изученными ситуациях.

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- выделять при решении задач характеристики рассматриваемой в задаче ситуации, отличные от реальных (те, от которых абстрагировались), конструировать новые ситуации с учётом этих характеристик, в частности, при решении задач на концентрации, учитывать плотность вещества;
- решать и конструировать задачи на основе рассмотрения реальных ситуаций, в которых не требуется точный вычислительный результат;
- решать задачи на движение по реке, рассматривая разные системы отсчета

Геометрические фигуры

- Оперировать понятиями геометрических фигур;
- извлекать, интерпретировать и преобразовывать информацию о геометрических фигурах, представленную на чертежах;
- применять геометрические факты для решения задач, в том числе, предполагающих несколько шагов решения;
- формулировать в простейших случаях свойства и признаки фигур;
- доказывать геометрические утверждения
- владеть стандартной классификацией плоских фигур (треугольников и четырёхугольников).

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- использовать свойства геометрических фигур для решения задач практического характера и задач из смежных дисциплин

Отношения

- Оперировать понятиями: равенство фигур, равные фигуры, равенство треугольников, параллельность прямых, перпендикулярность прямых, углы между прямыми, перпендикуляр, наклонная, проекция, подобие фигур, подобные фигуры, подобные треугольники;
- применять теорему Фалеса и теорему о пропорциональных отрезках при решении задач;
- характеризовать взаимное расположение прямой и окружности, двух окружностей.

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- использовать отношения для решения задач, возникающих в реальной жизни

Измерения и вычисления

• Оперировать представлениями о длине, площади, объёме как величинами. Применять формулы площади, объёма при решении многошаговых задач, в которых не все данные представлены явно, а требуют вычислений, оперировать более широким количеством формул длины, площади, объёма, вычислять характеристики комбинаций фигур (окружностей и многоугольников) вычислять расстояния между фигурами, применять тригонометрические формулы для вычислений в более сложных случаях, проводить вычисления на основе равенств и равносоставленности;

- проводить простые вычисления на объёмных телах;
- формулировать простейшие задачи на вычисление длин, площадей и объёмов и решать их.

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- проводить вычисления на местности;
- применять формулы при вычислениях в смежных учебных предметах, в окружающей действительности

Построения

- Изображать геометрические фигуры по текстовому и символьному описанию;
- свободно оперировать чертёжными инструментами в несложных случаях,
- выполнять построения треугольников, применять отдельные методы построений циркулем и линейкой и проводить простейшие исследования числа решений;
- изображать типовые плоские фигуры и объёмные тела с помощью простейших компьютерных инструментов.

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- выполнять простейшие построения на местности, необходимые в реальной жизни;
- оценивать размеры реальных объектов окружающего мира

Преобразования

• Оперировать понятием движения и преобразования подобия, владеть приёмами построения фигур с использованием движений и преобразований подобия, применять полученные знания и опыт построений в смежных предметах и в реальных ситуациях окружающего мира;

- строить фигуру, подобную данной, пользоваться свойствами подобия для обоснования свойств фигур;
- применять свойства движений для проведения простейших обоснований свойств фигур.

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- применять свойства движений и применять подобие для построений и вычислений

Векторы и координаты на плоскости

- Оперировать понятиями вектор, сумма, разность векторов, произведение вектора на число, угол между векторами, скалярное произведение векторов, координаты на плоскости, координаты вектора;

- выполнять действия над векторами (сложение, вычитание, умножение на число), вычислять скалярное произведение, определять в простейших случаях угол между векторами, выполнять разложение вектора на составляющие, применять полученные знания в физике, пользоваться формулой вычисления расстояния между точками по известным координатам, использовать уравнения фигур для решения задач;

- применять векторы и координаты для решения геометрических задач на вычисление длин, углов.

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- использовать понятия векторов и координат для решения задач по физике, географии и другим учебным предметам

История математики

- Характеризовать вклад выдающихся математиков в развитие математики и иных научных областей;

- понимать роль математики в развитии России

Методы математики

- Использовать основные методы доказательства, проводить доказательство и выполнять опровержение;

- применять основные методы решения математических задач;

- на основе математических закономерностей в природе, характеризовать эстетику окружающего мира и произведений искусства;

- применять простейшие программные средства и электронно-коммуникационные системы при решении математических задач

Выпускник получит возможность научиться в 7-9 классах для успешного продолжения образования на углублённом уровне

Элементы теории множеств и математической логики

- Свободно оперировать⁵ понятиями: множество, характеристики множества, элемент множества, пустое, конечное и бесконечное множество, подмножество, принадлежность, включение, равенство множеств, способы задание множества;

- задавать множества разными способами;

- проверять выполнение характеристического свойства множества;

- свободно оперировать понятиями: высказывание, истинность и ложность высказывания, сложные и простые высказывания, отрицание высказываний; истинность и ложность утверждения и его отрицания, операции над высказываниями: и, или, не. Условные высказывания (импликации);

- строить высказывания с использованием законов алгебры высказываний.

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- строить рассуждения на основе использования правил логики;

⁵ Здесь и далее – знать определение понятия, знать и уметь доказывать свойства (признаки, если они есть) понятия, характеризовать связи с другими понятиями, представляя одно понятие как часть целостного комплекса, использовать понятие и его свойства при проведении рассуждений, доказательств, решении задач.

- использовать множества, операции с множествами, их графическое представление для описания реальных процессов и явлений, при решении задач других учебных предметов

Числа

- Свободно оперировать понятиями: натуральное число, множество натуральных чисел, целое число, множество целых чисел, обыкновенная дробь, десятичная дробь, смешанное число, рациональное число, множество рациональных чисел, иррациональное число, корень степени n , действительное число, множество действительных чисел, геометрическая интерпретация натуральных, целых, рациональных, действительных чисел;

- понимать и объяснять разницу между позиционной и непозиционной системами записи чисел;

- переводить числа из одной системы записи (системы счисления) в другую;

- доказывать и использовать признаки делимости на 2, 4, 8, 5, 3, 6, 9, 10, 11, суммы и произведения при выполнении вычислений и решении задач;

- выполнять округление рациональных и иррациональных чисел с заданной точностью;

- сравнивать действительные числа разными способами;

- упорядочивать числа, записанные в виде обыкновенной и десятичной дроби, числа, записанные с использованием арифметического квадратного корня, корней степени больше 2;

- находить НОД и НОК разными способами и использовать их при решении задач;

- выполнять вычисления и преобразования выражений, содержащих действительные числа, в том числе корни натуральных степеней.

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- выполнять и объяснять результаты сравнения результатов вычислений при решении практических задач, в том числе приближенных вычислений, используя разные способы сравнений;

- записывать, сравнивать, округлять числовые данные реальных величин с использованием разных систем измерения;

- составлять и оценивать разными способами числовые выражения при решении практических задач и задач из других учебных предметов

Тождественные преобразования

- Свободно оперировать понятиями степени с целым и дробным показателем;

- выполнять доказательство свойств степени с целыми и дробными показателями;

- оперировать понятиями «одночлен», «многочлен», «многочлен с одной переменной», «многочлен с несколькими переменными», коэффициенты многочлена, «стандартная запись многочлена», степень одночлена и многочлена;

- свободно владеть приемами преобразования целых и дробно-рациональных выражений;

- выполнять разложение многочленов на множители разными способами, с использованием комбинаций различных приёмов;

- использовать теорему Виета и теорему, обратную теореме Виета, для поиска корней квадратного трёхчлена и для решения задач, в том числе задач с параметрами на основе квадратного трёхчлена;

- выполнять деление многочлена на многочлен с остатком;
- доказывать свойства квадратных корней и корней степени n ;
- выполнять преобразования выражений, содержащих квадратные корни, корни степени n ;

- свободно оперировать понятиями «тождество», «тождество на множестве», «тождественное преобразование»;

- выполнять различные преобразования выражений, содержащих модули.

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- выполнять преобразования и действия с буквенными выражениями, числовые коэффициенты которых записаны в стандартном виде;

- выполнять преобразования рациональных выражений при решении задач других учебных предметов;

- выполнять проверку правдоподобия физических и химических формул на основе сравнения размерностей и валентностей

Уравнения и неравенства

- Свободно оперировать понятиями: уравнение, неравенство, равносильные уравнения и неравенства, уравнение, являющееся следствием другого уравнения, уравнения, равносильные на множестве, равносильные преобразования уравнений;

- решать разные виды уравнений и неравенств и их систем, в том числе некоторые уравнения 3 и 4 степеней, дробно-рациональные и иррациональные;

- знать теорему Виета для уравнений степени выше второй;

- понимать смысл теорем о равносильных и неравносильных преобразованиях уравнений и уметь их доказывать;

- владеть разными методами решения уравнений, неравенств и их систем, уметь выбирать метод решения и обосновывать свой выбор;

- использовать метод интервалов для решения неравенств, в том числе дробно-рациональных и включающих в себя иррациональные выражения;

- решать алгебраические уравнения и неравенства и их системы с параметрами алгебраическим и графическим методами;

- владеть разными методами доказательства неравенств;

- решать уравнения в целых числах;

- изображать множества на плоскости, задаваемые уравнениями, неравенствами и их системами.

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- составлять и решать уравнения, неравенства, их системы при решении задач других учебных предметов;

- выполнять оценку правдоподобия результатов, получаемых при решении различных уравнений, неравенств и их систем при решении задач других учебных предметов

- составлять и решать уравнения и неравенства с параметрами при решении задач других учебных предметов;

- составлять уравнение, неравенство или их систему, описывающие реальную ситуацию или прикладную задачу, интерпретировать полученные результаты

Функции

- Свободно оперировать понятиями: зависимость, функциональная зависимость, зависимая и независимая переменные, функция, способы задания функции, аргумент и значение функции, область определения и множество значения функции, нули функции, промежутки знакопостоянства, монотонность функции, наибольшее и наименьшее значения, чётность/нечётность функции, периодичность функции, график функции, вертикальная, горизонтальная, наклонная асимптоты; график зависимости, не являющейся функцией,

- строить графики функций: линейной, квадратичной, дробно-линейной, степенной при разных значениях показателя степени, $y = |x|$;

- использовать преобразования графика функции $y = f(x)$ для построения графиков функций $y = af(kx + b) + c$;

- анализировать свойства функций и вид графика в зависимости от параметров;

- свободно оперировать понятиями: последовательность, ограниченная последовательность, монотонно возрастающая (убывающая) последовательность, предел последовательности, арифметическая прогрессия, геометрическая прогрессия, характеристическое свойство арифметической (геометрической) прогрессии;

- использовать метод математической индукции для вывода формул, доказательства равенств и неравенств, решения задач на делимость;

- исследовать последовательности, заданные рекуррентно;

- решать комбинированные задачи на арифметическую и геометрическую прогрессии.

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- конструировать и исследовать функции, соответствующие реальным процессам и явлениям, интерпретировать полученные результаты в соответствии со спецификой исследуемого процесса или явления;

- использовать графики зависимостей для исследования реальных процессов и явлений;

- конструировать и исследовать функции при решении задач других учебных предметов, интерпретировать полученные результаты в соответствии со спецификой учебного предмета

Статистика и теория вероятностей

- Свободно оперировать понятиями: столбчатые и круговые диаграммы, таблицы данных, среднее арифметическое, медиана, наибольшее и наименьшее значения выборки, размах выборки, дисперсия и стандартное отклонение, случайная изменчивость;

- выбирать наиболее удобный способ представления информации, адекватный её свойствам и целям анализа;

- вычислять числовые характеристики выборки;

- свободно оперировать понятиями: факториал числа, перестановки, сочетания и размещения, треугольник Паскаля;

- свободно оперировать понятиями: случайный опыт, случайный выбор, испытание, элементарное случайное событие (исход), классическое определение вероятности случайного события, операции над случайными событиями, основные комбинаторные формулы;

- свободно оперировать понятиями: случайный опыт, случайный выбор, испытание, элементарное случайное событие (исход), классическое определение вероятности случайного события, операции над случайными событиями, основные комбинаторные формулы;

- знать примеры случайных величин, и вычислять их статистические характеристики;

- использовать формулы комбинаторики при решении комбинаторных задач;

- решать задачи на вычисление вероятности в том числе с использованием формул.

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- представлять информацию о реальных процессах и явлениях способом, адекватным её свойствам и цели исследования;

- анализировать и сравнивать статистические характеристики выборок, полученных в процессе решения прикладной задачи, изучения реального явления, решения задачи из других учебных предметов;

- оценивать вероятность реальных событий и явлений в различных ситуациях

Текстовые задачи

- Решать простые и сложные задачи, а также задачи повышенной трудности и выделять их математическую основу;

- распознавать разные виды и типы задач;

- использовать разные краткие записи как модели текстов сложных задач и задач повышенной сложности для построения поисковой схемы и решения задач, выбирать оптимальную для рассматриваемой в задаче ситуации модель текста задачи;

- различать модель текста и модель решения задачи, конструировать к одной модели решения сложных задач разные модели текста задачи;

- знать и применять три способа поиска решения задач (от требования к условию и от условия к требованию, комбинированный);

- моделировать рассуждения при поиске решения задач с помощью граф-схемы;

- выделять этапы решения задачи и содержание каждого этапа;

- уметь выбирать оптимальный метод решения задачи и осознавать выбор метода, рассматривать различные методы, находить разные решения задачи, если возможно;

- анализировать затруднения при решении задач;

- выполнять различные преобразования предложенной задачи, конструировать новые задачи из данной, в том числе обратные;

- интерпретировать вычислительные результаты в задаче, исследовать полученное решение задачи;

- изменять условие задач (количественные или качественные данные), исследовать измененное преобразованное;

- анализировать всевозможные ситуации взаимного расположения двух объектов и изменение их характеристик при совместном движении (скорость, время, расстояние). при решении задач на движение двух объектов как в одном, так и в противоположных направлениях, конструировать новые ситуации на основе изменения условий задачи при движении по реке;

- исследовать всевозможные ситуации при решении задач на движение по реке, рассматривать разные системы отсчёта;

- решать разнообразные задачи «на части»;
- решать и обосновывать свое решение задач (выделять математическую основу) на нахождение части числа и числа по его части на основе конкретного смысла дроби;

- объяснять идентичность задач разных типов, связывающих три величины (на работу, на покупки, на движение). выделять эти величины и отношения между ними, применять их при решении задач, конструировать собственные задачи указанных типов;

- владеть основными методами решения задач на смеси, сплавы, концентрации, использовать их в новых ситуациях по отношению к изученным в процессе обучения;

- решать задачи на проценты, в том числе, сложные проценты с обоснованием, используя разные способы;

- решать логические задачи разными способами, в том числе, с двумя блоками и с тремя блоками данных с помощью таблиц;

- решать задачи по комбинаторике и теории вероятностей на основе использования изученных методов и обосновывать решение;

- решать несложные задачи по математической статистике;

- овладеть основными методами решения сюжетных задач: арифметический, алгебраический, перебор вариантов, геометрический, графический, применять их в новых по сравнению с изученными ситуациях.

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- конструировать новые для данной задачи задачные ситуации с учётом реальных характеристик, в частности, при решении задач на концентрации, учитывать плотность вещества; решать и конструировать задачи на основе рассмотрения реальных ситуаций, в которых не требуется точный вычислительный результат;

- решать задачи на движение по реке, рассматривая разные системы отсчёта;

- конструировать задачные ситуации, приближенные к реальной действительности

Геометрические фигуры

- Свободно оперировать геометрическими понятиями при решении задач и проведении математических рассуждений;

- самостоятельно формулировать определения геометрических фигур, выдвигать гипотезы о новых свойствах и признаках геометрических фигур и обосновывать или опровергать их, обобщать или конкретизировать результаты на новые классы фигур, проводить в несложных случаях классификацию фигур по различным основаниям;

- исследовать чертежи, включая комбинации фигур, извлекать, интерпретировать и преобразовывать информацию, представленную на чертежах;

- решать задачи геометрического содержания, в том числе в ситуациях, когда алгоритм решения не следует явно из условия, выполнять необходимые для решения задачи дополнительные построения, исследовать возможность применения теорем и формул для решения задач;

- формулировать и доказывать геометрические утверждения.

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- составлять с использованием свойств геометрических фигур математические модели для решения задач практического характера и задач из смежных дисциплин, исследовать полученные модели и интерпретировать результат

Отношения

- Владеть понятием отношения как межпредметным;
- свободно оперировать понятиями: равенство фигур, равные фигуры, равенство треугольников, параллельность прямых, перпендикулярность прямых, углы между прямыми, перпендикуляр, наклонная, проекция, подобие фигур, подобные фигуры, подобные треугольники;

- использовать свойства подобия и равенства фигур при решении задач;

- пользоваться симметриями при решении задач перенести в преобразования.

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- использовать отношения для построения и исследования математических моделей объектов реальной жизни

Измерения и вычисления

- Свободно оперировать понятиями длина, площадь, объём, величина угла как величинами, использовать равновеликость и равноставленность при решении задач на вычисление, самостоятельно получать и использовать формулы для вычислений площадей и объёмов фигур, свободно оперировать широким набором формул на вычисление при решении сложных задач, в том числе и задач на вычисление в комбинациях окружности и треугольника, окружности и четырёхугольника, а также с применением тригонометрии;

- самостоятельно формулировать гипотезы и проверять их достоверность.

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- свободно оперировать формулами при решении задач в других учебных предметах и при проведении необходимых вычислений в реальной жизни

Построения

- Оперировать понятием набора элементов, определяющих геометрическую фигуру,

- владеть набором методов построений циркулем и линейкой;

- проводить анализ и реализовывать этапы решения задач на построение.

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- выполнять построения на местности;

- оценивать размеры реальных объектов окружающего мира

Преобразования

- Оперировать движениями и преобразованиями как межпредметными понятиями;

- оперировать понятием движения и преобразования подобия для обоснований, свободно владеть приемами построения фигур с помощью движений и преобразования подобия, а также комбинациями движений, движений и преобразований;

- использовать свойства движений и преобразований для проведения обоснования и доказательства утверждений в геометрии и других учебных предметах.

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- применять свойства движений и применять подобие для построений и вычислений

Векторы и координаты на плоскости

- Свободно оперировать понятиями вектор, сумма, разность векторов, произведение вектора на число, скалярное произведение векторов, координаты на плоскости, координаты вектора;

- Владеть векторным и координатным методом на плоскости для решения задач на вычисление и доказательства;

- выполнять с помощью векторов и координат доказательство известных ему геометрических фактов (свойства средних линий, теорем о замечательных точках и т.п.) и получать новые свойства известных фигур;

- использовать уравнения фигур для решения задач и самостоятельно составлять уравнения отдельных плоских фигур.

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- использовать понятия векторов и координат для решения задач по физике, географии и другим учебным предметам

История математики

- Понимать математику как строго организованную систему научных знаний, в частности владеть представлениями об аксиоматическом построении геометрии и первичными представлениями о неевклидовых геометриях;

- рассматривать математику в контексте истории развития цивилизации и истории развития науки, понимать роль математики в развитии России

Методы математики

- Владеть знаниями о различных методах обоснования математических утверждений и самостоятельно применять их;

- владеть типологией задач и пользоваться этой типологией при выборе метода решения;

- характеризовать произведения искусства с учётом математических закономерностей в природе, использовать математические закономерности в самостоятельном творчестве